W 202
491

BULLETIN DE LA SOCIETÉ PHYSICO-MATHÉMATIQUE
de Kasan.
Deuxième série. Tome XIX.

# ИЗВѢСТІЯ
# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА
## ПРИ ИМПЕРАТОРСКОМЪ КАЗАНСКОМЪ УНИВЕРСИТЕТѢ.

## Вторая серія

## томъ XIX.

## № 1.

КАЗАНЬ.
Типо-литографія Императорскаго Университета.
1913.

# СОДЕРЖАНІЕ.

## I.

И. А. Соколовъ. Объ измѣненіи тембра съ разстояніемъ. 1—14.
Н. Н. Парфентьевъ. Нѣсколько словъ по поводу книги „Л. Кутюра „Философскіе принципы математики“ (русск. переводъ). 15—25.

## II.

### Лѣтопись Физико-Математическаго Общества

при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ.

Протоколы засѣданій 163, 164, 165 и 166-го . . . . . 1— 5.
Отчетъ о дѣятельности Общества г. секретаря за 1912—1913 г. 6— 8.
Отчетъ г. казначея за 1912—1913 г. . . . . 9—14.
Отчетъ г. библіотекаря . . . . . 15—29.
Списокъ членовъ . . . . . 30—36.

# Table des matières.

I. A. Socoloff. Le changement du timbre du son avec la distance.
N. N. Parfentieff. Quelques remarques au sujet du livre de m-eur Couturat «Principes philosophiques de mathématiques» (Trad. russe).
Comptes rendus des m-eurs le sécrétaire, le trésorier et le Bibliothécaire pour l'année 1912—1913.
Liste des membres de la Société Physico-Mathématique.
Protocoles des séances 163-ème, 164, 165 et 166-ème de la Société Phys.-Mathématique.

# Нѣсколько словъ по поводу книги

## Л. Кутюра „Философскіе принципы математики".

(Перев. съ франц. подъ редакціей П. С. Юшкевича). 1913.

Появившуюся только что книгу *L. Couturat* можно рекомендовать всѣмъ интересующимся какъ математикой, такъ и логикой и философіей съ метафизикой включительно.

Современная математика играетъ громадную роль въ построеніяхъ современныхъ логическихъ системъ и теорій, логическихъ de pur sang, а также и вообще въ современныхъ философскихъ системахъ. Объясняется это грандіозное явленіе тѣмъ, что сама математика за послѣднія 50 лѣтъ все время старалась въ своей области,—у себя дома, выражаясь конкретно,—разграничить области чистой интуиціи и области чистой абстракціи въ той или другой своей отрасли—въ геометріи, въ теоріи чиселъ комплексныхъ, въ теоріяхъ природы числа и т. п.

Особенно сильное вліяніе и толчокъ къ такимъ построеніямъ дали математическія Неэвклидовы геометріи, и слѣд. творенія *Н. И. Лобачевскаго*, *W. Bolyai*, *Clifford'a* *D. Hilbert'a*, *H. Poincaré* и др. являются базисомъ для вышеупомянутаго характера построеній.

Удалось ли современнымъ математикамъ произвести рѣзкое разграниченіе „интуиціи" и „абстракціи"? Принципіально удалось подойти къ этому рѣшенію вопроса чрезвычайно близко.

Возьмемъ, напр., современную геометрію: вѣдь она почти осуществила идею *Лейбница*, высказанную впрочемъ *Кантомъ*: „Наука обо всѣхъ этихъ возможныхъ пространствахъ была бы, безъ сомнѣнія, самой высокой геометріей какую только могъ бы задумать человѣческій разсудокъ“.... (Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte, § 10 (1747)).

Но читатель долженъ понимать, что для того, чтобы дойти до такого результата, математика должна была несомнѣнно столкнуться съ изслѣдованіями чистой логической природы; благодаря этому роль абстракціи въ наукѣ и ея мощь чрезвычайно сильно обрисованы всѣмъ ходомъ развитія математической мысли.

Если мы обратимся къ теоріямъ функцій, обоснованнымъ и развитымъ *Вейерштрассомъ*, *Г. Канторомъ*, *Dedekind'омъ* и др., то мы снова обнаружимъ у нихъ чрезвычайно яркое стремленіе не смѣшивать ролей „интуиціи“ и „абстракціи“ въ построеніяхъ функціональнаго характера.

Можно было бы указать такихъ примѣровъ очень много, поясняющихъ нашу мысль; мы не будемъ останавливаться на этомъ.

Теперь, мнѣ кажется, читателю становится яснымъ и понятнымъ появленіе въ наше время цѣлой плеяды ученыхъ такихъ, какъ *Peano* въ Италіи, *Couturat* во Франціи, *Russell* въ Англіи, *Husserl* въ Германіи, *Порѣцкій* въ Россіи и др; всѣ эти лица пытались и пытаются возсоздать *новую логику*, пересоздавая и расширяя старую Аристотелеву, причемъ въ своихъ изысканіяхъ они стараются оставаться математиками, т. е. они, какъ и въ математикѣ, новую логику строятъ на нѣсколькихъ опредѣленныхъ постулатахъ, записанныхъ при помощи математической символики и развиваемой въ силу этого уже тоже математическими пріемами, представляющими

собой родъ особой универсальной алгебры.

Самая возможность этого уже требуетъ объясненій, поясненій и теорій; вотъ все это и находится въ книгѣ Кутюра. Зная же, чѣмъ обязана современная логика математикѣ, Кутюра, какъ хорошо знакомый съ математикой, удѣляетъ очень много вниманія принципіальнымъ вопросамъ математики: такъ у него читатель найдетъ детальныя изслѣдованія о природѣ чиселъ, о природѣ непрерывности, о роли порядка въ математикѣ *); изслѣдованіямъ аксіоматическаго характера въ области геометріи тоже удѣлено много мѣста.

Особенно же *Couturat* останавливается на теоріяхъ ансамблей и современныхъ теоріяхъ группъ: эти двѣ области современной математики необыкновенно сближаютъ современную логику и чистую математику.

Вѣра Couturat въ будущее новой логики формулируется въ такихъ правдоподобныхъ выраженіяхъ: „.....Существуетъ только одна логика, логика дедукціи, а такъ называемые индуктивные методы представляютъ лишь одно изъ ея приложеній, потому что есть только одинъ способъ связывать другъ съ другомъ истины формальнымъ и необходимымъ образомъ. Только это уже не бѣдная, скудная и безплодная схоластическая логика; *эта логика имѣетъ одинаковый объёмъ съ математикой и, подобно ей, способна къ безконечному развитію.*

Итакъ мы не только не упрекаемъ Канта въ томъ, что онъ былъ слишкомъ математикомъ и слишкомъ логикомъ, но, наоборотъ, упрекнули бы его за то, что онъ недостаточно былъ таковымъ, что, однимъ словомъ, онъ недостаточно былъ раціоналистомъ....“

---

*) Эта глава имѣетъ пункты сходства съ нашими взглядами на тотъ же предметъ. Сравни нашу брошюру въ № 3 «Извѣстія Физ.-Мат. Казанскаго Общества (томъ XV).

Послѣдняя фраза показываетъ здѣсь между прочимъ, что Couturat занялъ особую позицію по отношенію къ Канту въ вопросахъ логики и притомъ позицію, какъ видно, сильно враждебную.

Пишущій эти строки невполнѣ согласенъ съ Couturat въ оцѣнкѣ имъ Канта: мнѣ кажется, упрекъ со стороны Couturat несправедливъ на томъ основаніи, что Couturat *стоитъ всецѣло на точкѣ зрѣнія Лейбница въ вопросахъ логики,* развиваемой теперь современными символическими методами; но вѣдь Кантъ блестяще понималъ эту точку зрѣнія Лейбница, и цитата изъ Канта, приведенная нами выше, говоритъ ясно объ этомъ; сказать, что Кантъ не допустилъ бы мысли о современной математической логикѣ, **какъ методѣ** въ изысканіяхъ истины, я думаю, никогда нельзя; но въ вопросахъ логики *интуитивнаго характера*, вѣроятно, Кантъ относился бы скептичнѣй, чѣмъ Couturat. Вѣдь и покойный геніальный *Poincaré* относился къ такимъ вопросамъ логики иначе, чѣмъ Couturat. Цѣль книги Couturat, какъ онъ самъ говоритъ, заключается въ оправданіи тезиса о тождествѣ логики и математики въ ихъ основахъ, и это ему, по нашему разумѣнію, удалось осуществить.

Въ книгѣ сдѣлано авторомъ много экскурсій въ различныя математическія вѣтви и дисциплины; также авторъ цитируетъ и комментируетъ или критикуетъ различныхъ логистовъ, въ силу чего у него удѣлено много мѣста и историческому развитію современныхъ логистическихъ теорій и системъ.

Не со всѣмъ, что онъ говоритъ, можно согласиться, но разборъ и подтвержденіе детально только что сказаннаго потребовали бы отъ насъ много мѣста, между тѣмъ въ данный моментъ я хочу лишь обратить вниманіе на книгу Couturat скорѣй, чѣмъ разбирать её по пунктамъ и шагъ за шагомъ.

Скажу только одно: книга Couturat, утверждающая, что всю чистую математику можно построить на чисто логическомъ базисѣ (Кантъ думалъ какъ разъ обратное), меня лично не убѣждаетъ въ возможности этого (тоже думаетъ и *H. Poincaré*); что же касается до возможности развивать логику методомъ математической символики, то это понятно осуществимо, и, мнѣ кажется, существованіе современныхъ математики, механики, физики, астрономіи есть тому сильное подтвержденіе: вѣдь во всѣхъ этихъ наукахъ результатомъ математическихъ выкладокъ всегда является *совершенно новая мысль или идея.*

Кромѣ того на утвержденія *Couturat*, *Frege*, *Peano*, *Russell*'я можно было бы смотрѣть болѣе довѣрчиво, если бы мы имѣли обоснованной болѣе или менѣе прочно аксіоматическую часть какъ логики, такъ и чистой математики, чего мы въ сущности не имѣемъ еще до сихъ поръ, а насколько это трудно сдѣлать, показываютъ работы самого Кутюра, *D. Hilbert*'а (имѣю въ виду его сообщеніе „*Grundlagen der Arithmetik*“ на Римскомъ конгрессѣ и полемику *Poincaré* съ Кутюра въ журналѣ „*Revue de Métaphysique et de Morale.*“)

Въ одной изъ своихъ работъ (Jahresbericht der Math. Verein. 1911 „*Ueber die Stellung der Definitionen in der Axiomatik*“ Schönflies, извѣстный нѣмецкій ученый въ области Mengenlehre, между прочимъ кончаетъ свою статью такими словами:

„Für den Cantorismus, aber gegen den Russelismus“, и сказалъ онъ это, имѣя въ виду нѣкоторую схоластичность въ ученіе современныхъ логистовъ математиковъ, обусловленную черезчуръ большимъ формализмомъ. Разумѣется, эта фраза уже черезчуръ сильна и пожалуй несправедлива, но я съ своей стороны сдѣлаю тоже упрекъ современнымъ логистамъ-математикамъ: по сравненію съ основателями математической

логики *Boole*'емъ, *Macfarlane*'омъ, *Schröder*'омъ они дѣйствительно являются приверженцами черезчуръ большого формализма и мало думаютъ о примѣненіяхъ.

Изъ современныхъ логистовъ-математиковъ я выдѣлилъ бы только отъ этого упрека *Whitehead*'а. Въ заключеніе остановлюсь еще на вопросѣ, уже не касающемся непосредственно Couturat, а именно: имѣютъ-ли будущность изслѣдованія въ родѣ изслѣдованій *Peano*, *Couturat*, *Russell*'я и *Whitehead*'а и какова ихъ философская цѣнность? Намъ кажется, имѣютъ: прежде всего потому, что они расчленяютъ строго математически такія вещи, какъ дедукція, взаимоотношенія классовъ, понятій, силлогизмовъ, и все это продѣлывается при помощи математическаго точнаго символическаго метода.

То обстоятельство, что математическая символическая метода *развиваетъ, расширяетъ и обобщаетъ самую математику* (я укажу, напр., на теорію кватерніоновъ и ея развитіе и ея приложенія или, напр., на *Ausdehunsgslehre*) заставляетъ думать, что и въ чистой логикѣ математическій методъ приведетъ къ новымъ обобщеніямъ и открытіямъ: въ данномъ случаѣ современные логисты отличны какъ отъ кантіанцевъ, такъ и отъ прагматистовъ, теряющихся въ психологіи. Что чисто логическія размышленія расширяютъ въ концѣ концовъ и самое поле чистой интуитивности, доказываютъ по моему мнѣнію геометріи Неэвклидовы, какъ это я уже отмѣтилъ выше. Но все-же, не смотря на сравнительно большую уже литературу по логикѣ и философіи логики за послѣднія 10—15 лѣтъ, у каждаго вдумчиваго математика остается чувство неудовлетворенности и досады послѣ прочтенія современныхъ сочиненій логистовъ. Скажу, напр., лично о себѣ: чтеніе логистовъ эпохи Буля, Джевонса доставляло мнѣ большее удовлетвореніе, чѣмъ, напр., чтеніе книги Couturat.

И это понятно, почему такъ: ученый математикъ, ждущій отъ своей науки или отъ наукъ родственныхъ его наукѣ всегда новаго, не можетъ удовлетворяться одними только логическими системами; эти системы создавать пріятно только тогда, когда наука уже сдѣлала много завоеваній, когда ея размѣръ и объёмъ ея созданій уже ярко обрисовался, когда она имѣетъ уже ярко опредѣленныя направленія, слѣдуя коимъ ученый всегда можетъ прійти къ чему либо новому, неизвѣстному, яркому. „Новая логика“ современныхъ логистовъ должны больше считаться съ *интуиціей*, безъ коей никакая наука— немыслима. Современные логисты въ своихъ твореніяхъ много говорятъ о способности „Новой логики“, „Неоаристотелевой“ открывать новыя истины, и они обыкновенно ссылаются на математику; я ничего не имѣю возразить противъ, имѣя въ виду только математику, ибо эта наука владѣетъ въ совершенствѣ и символическими методами, и она питается непрерывно и постоянно интуиціей; я хотѣлъ бы видѣть у логистовъ примѣры открытія новыхъ истинъ въ области специфически ей принадлежащей.

Мнѣ могутъ сказать на это, что они какъ разъ этимъ и занимаются, ибо о примѣненіяхъ ихъ соображеній пока еще не можетъ быть и рѣчи, такъ какъ они всегда направляютъ свое вниманіе теперь на аксіоматическое изслѣдованіе либо самой логики, либо началъ математики.

Вспомнимъ, напр., работу *Russell'я* въ „Amerikan Journal“ (vol. XXX) „Mathematical Logic as based on the theory of types.“

Цѣнность работъ подобнаго рода я отрицать не могу, ибо онѣ выясняютъ механизмъ силлогизма дедукціи, математической индукціи и т. п.; только я все-же скорѣй склоненъ думать, что въ разсужденіи Russell'я въ только что упомянутой работѣ есть *circulus viciosus*, и о многихъ другихъ работахъ можно сказать тоже самое.

Для того, чтобы математическая логика новаго времени могла встать на одну ногу съ математикой, нужно ей добиться рѣшенія слѣдующихъ вопросовъ:

a) выяснить строго, если возможно, роль идеи безконечнаго въ логикѣ и математикѣ;

b) нужно еще разъ заново пересмотрѣть вопросъ о безконечностяхъ актуальныхъ и неактуальныхъ.

c) по поводу чиселъ трансфинитъ $\aleph_k$ нужно примирить точки зрѣнія *Г. Кантора* и *Д. Гильберта*, ибо по первому онѣ существуютъ, а по второму нѣтъ; тоже повидимому, что и Гильбертъ, думалъ *H. Poincaré*.

д) вопросъ *a*, *в* и *c* могутъ быть разрѣшены, если будутъ строго изучены опредѣленія *предикативныя* и *непредикативныя* въ смыслѣ Пуанкарэ.

Я могъ бы поставить много вопросовъ другихъ, но въ данный моментъ я этимъ не хочу заниматься.

Вопросъ о существованіи *алефовъ*—вопросъ интересный и для математика, ибо съ точки зрѣнія чисто интуитивной алефы существуютъ, по крайней мѣрѣ $\aleph_0$ и $\aleph_1$— вспомнимъ, напр., доказательства существованія чиселъ трансцендентальныхъ, неперечислимости всѣхъ реальныхъ чиселъ и др.; важно оправдать ихъ существованія и съ точки зрѣнія чистаго логиста, т. е. стараясь выяснить ихъ существованіе логически предикативно.

Но можно-ли сказать, что логисты разрѣшили всѣ эти вопросы? Мнѣ кажется, нѣтъ нельзя, и вотъ почему они мало удовлетворяютъ современнаго математика. Это съ одной стороны; съ другой стороны математика ждетъ отъ логики крупныхъ интуитивныхъ новыхъ результатовъ специфичныхъ именно для „логики“; ждетъ также математика и болѣе крупныхъ приложеній математической логики на практикѣ; въ этомъ смыслѣ старые логисты произвели гораздо бо́льшее

впечатлѣніе на образованныхъ своихъ современниковъ по сравненію съ нынѣшними.

Русскій переводъ выполнелъ гладко и легко, и книга читается свободно.

Проф. *Н. Н. Парфентьевъ.*